Petriho sítě

PES 2007/2008

Prof. RNDr. Milan Češka, CSc.

ceska@fit.vutbr.cz

Doc. Ing. Tomáš Vojnar, Ph.D.

vojnar@fit.vutbr.cz

Sazba: Ing. Petr Novosad, Doc. Ing. Tomáš Vojnar, Ph.D.

(verze 27.2.2008)

FIT, VUT v Brně, Božetěchova 2, CZ-612 66 Brno

Podtřídy a rozšíření Petriho sítí

1. Podtřídy Petriho sítí

$\boxed{\text{modelovací} \times \text{rozhodovací mocnost}}$

❖ **Definice 1**: Petriho síť $N = (P, T, F, W, M_0)$ nazýváme *stavovým strojem* (state machine), jestliže splňuje podmínku:

$$\boxed{\forall t \in T: \ (|{}^\bullet t| = |t^\bullet| = 1 \ \ \wedge \ \ W({}^\bullet t, t) = W(t, t^\bullet) = 1)}$$

❖ **Definice 2**: Petriho síť $N = (P, T, F, W, M_0)$ nazýváme *značený graf* (marked graph), jestliže splňuje podmínky:

(1) $\forall t_1, t_2 \in T: \ t_1 F^* t_2$ (N je silně souvislý graf)
(2) $\forall p \in P: \ (|{}^\bullet p| = |p^\bullet| = 1 \ \ \wedge \ \ W({}^\bullet p, p) = W(p, p^\bullet) = 1)$

❖ **Definice 3**: Nechť $N = (P, T, F, W, M_0)$ je značený graf. *Cyklem značeného grafu* N nazýváme posloupnost C přechodů a míst

$$\boxed{C = t_1 p_1 t_2 \ldots t_{n-1} p_{n-1} t_n}$$

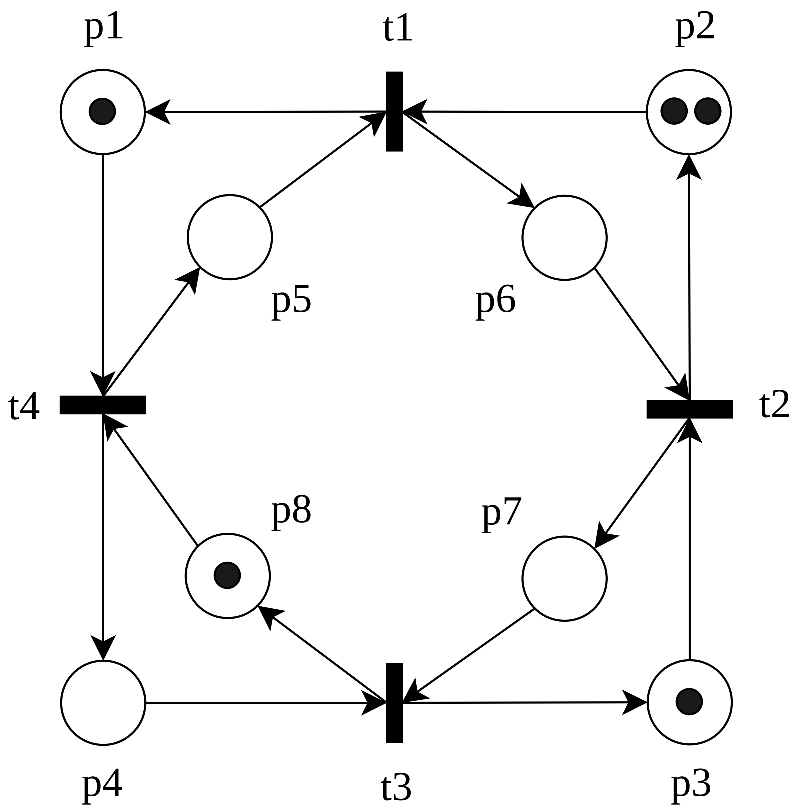
pro kterou platí:

1. $< t_i, p_i > \in F \;\wedge\; (p_i, t_{i+1}) \in F, i = 1, 2, \ldots, n-1$
2. $t_1 = t_n$
3. $p_i^\bullet \neq p_j^\bullet \;\wedge\; {}^\bullet p_i \neq {}^\bullet p_j$ pro $1 \leq i \neq j \leq n-1$

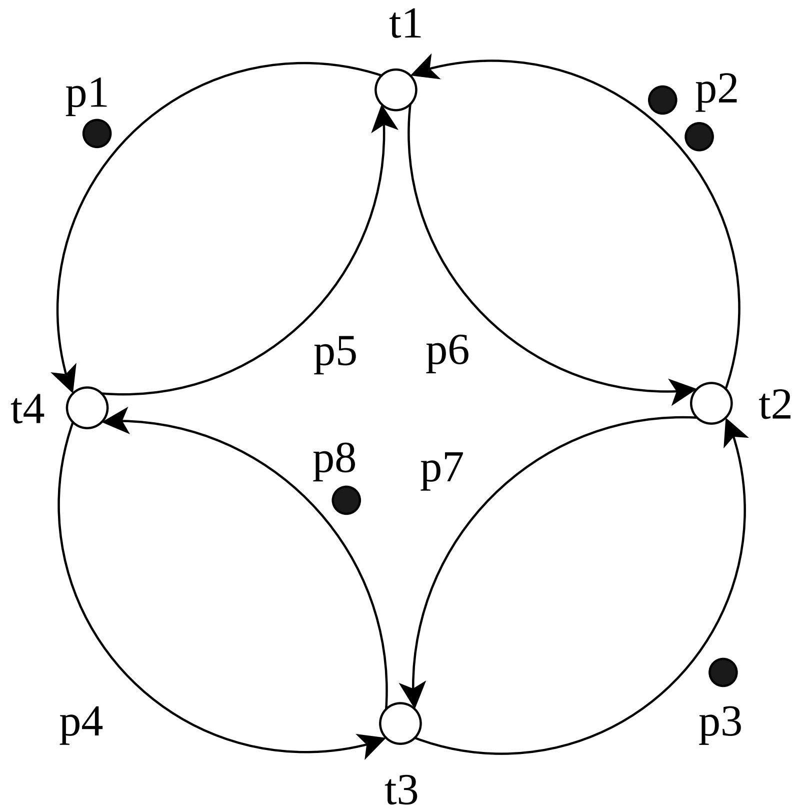
❖ **Věta 1**: Nechť $N = (P, T, F, W, M_0)$ je značený graf

1. N je živý $\Longleftrightarrow$ každý cyklus grafu N obsahuje alespoň jednu značku při počátečním značení M_0
2. N je bezpečný $\Longleftrightarrow$ N je živý a současně každé místo $p \in P$ patří do cyklu, který při počátečním značení obsahuje právě jednu značku

❖ **Příklad 1**:



Značený graf



Ekvivalentní grafová reprezentace

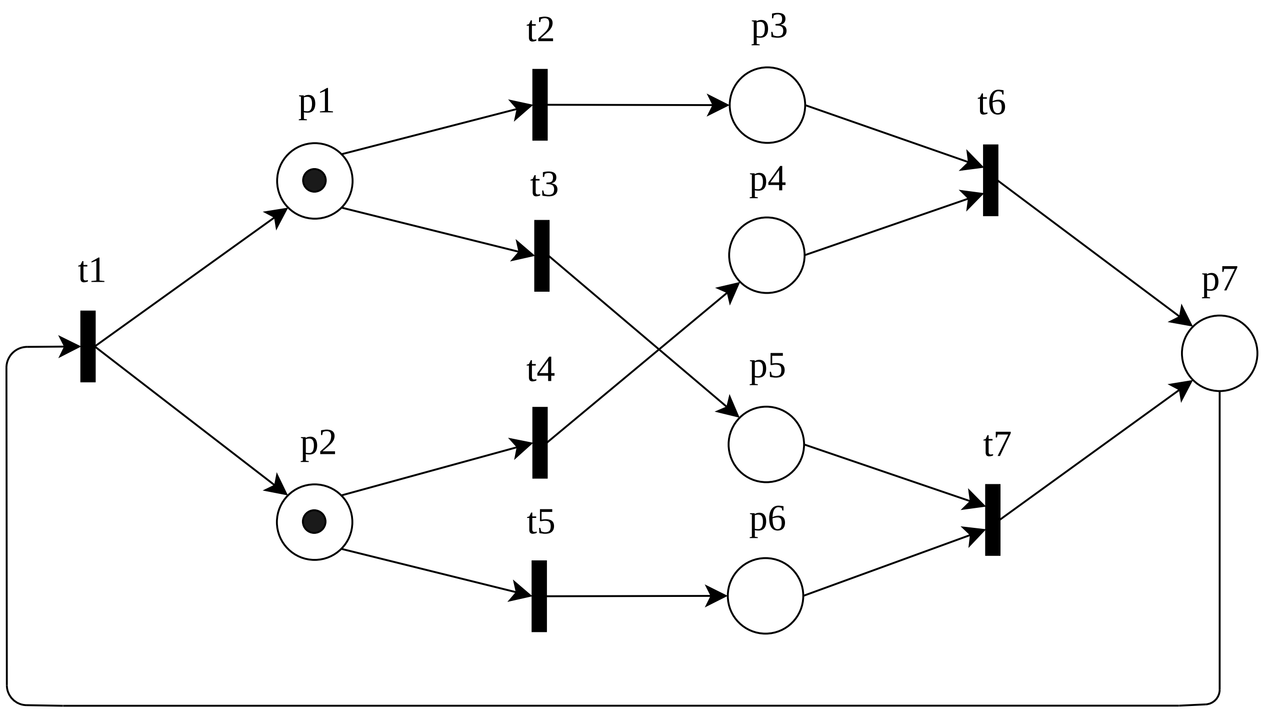
Příklady cyklů: $t_1p_6t_2p_2t_1$, $t_1p_6t_2p_7t_3p_8t_4p_6t_1$, $t_1p_1t_4p_4t_3p_3t_2p_2t_1$

Příklady cyklů: $t_1t_2t_1$, $t_1t_2t_3t_4t_1$, $t_1t_4t_3t_2t_1$

❖ **Definice 4**: Petriho síť $N = (P, T, F, W, M_0)$ se nazývá *Petriho sítí s volným výběrem* (Free-choice Petri net), jestliže splňuje podmínku:

(1) $\forall (p, t) \in F \cap (P \times T) \colon \; p^{\bullet} = \{t\} \;\vee\; {}^{\bullet}t = \{p\}$
(2) $\forall z \in F \colon \; W(z) = 1$

❖ **Příklad 2**: Petriho síť s volným výběrem



- Význačné podmožiny míst:
  - Deadlock: $\Pi \subseteq P$ je deadlock $\stackrel{def.}{\Longleftrightarrow}$ ${}^{\bullet}\Pi \subseteq \Pi^{\bullet}$
  - Trap: $\Pi \subseteq P$ je trap $\stackrel{def.}{\Longleftrightarrow}$ $\Pi^{\bullet} \subseteq {}^{\bullet}\Pi$

- **Věta 2**: Petriho síť N s volným výběrem je živá právě tehdy, když každý neprázdný deadlock sítě N obsahuje trap, který je označen v počátečním značení sítě N.

2. Rozšíření Petriho sítí

❖ **Definice 5**: Petriho síť $N = (P, T, F, W, M_0)$ nazýváme *Petriho sítí s inhibitory* (Petriho síť s inhibičními hranami), pokud množina F obsahuje neprázdnou podmožinu F^I hran, pro které

$$\boxed{F^I \subseteq F \cap (P \times T),\ \forall f \in F^I:\ \ W(f) = 1}$$

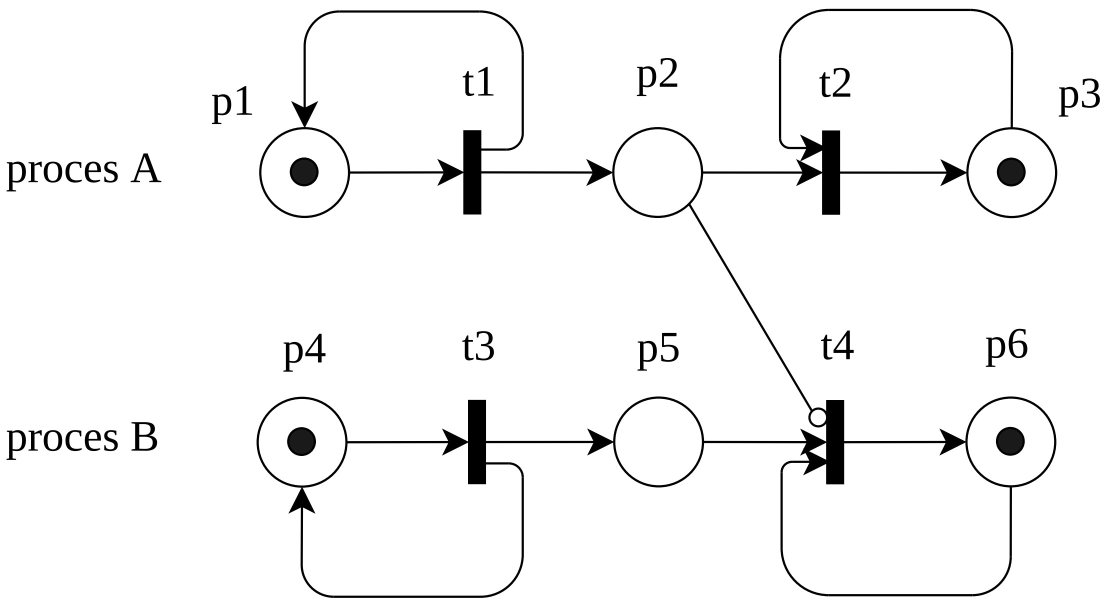
a které modifikují pravidlo pro provedení přechodu takto:

Přechod $t \in T$ je proveditelný při značení $M:\ P \to N$, jestliže

$$\boxed{\forall p \in {}^{\bullet}t: \begin{cases} M(p) \geq W(p,t), & \text{jestliže } (p,t) \in F \setminus F^I \\ M(p) = 0, & \text{jestliže } (p,t) \in F^I \end{cases}}$$

Množina F^I se nazývá *množinou inhibičních hran* nebo krátce *množinou inhibitorů*.

❖ **Příklad 3**: Petriho síť s inhibitorem



Modelování priority:

Operace procesu A modelovaná přechodem t_2 má přednost před operací t_4 procesu B.

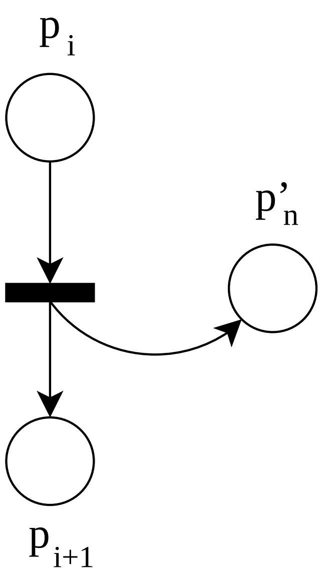
❖ **Věta 3**: Petriho sítě s inhibitory mají modelovací mocnost Turingových strojů.

Důkaz:
Využijeme ekvivalence Turingových strojů s tzv. registrovými stroji a ukážeme, že registrový stroj může být převeden na Petriho síť s inhibitory. □

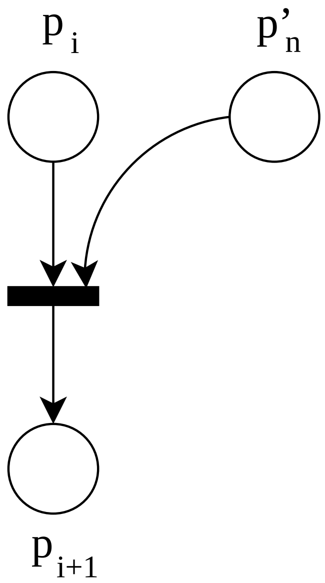
Instrukce registrového stroje:

- $I(n)$: Zvětši obsah registru n o jedničku
- $D(n)$: Zmenši obsah registru n o jedničku (obsah n je nenulový)
- $J(n)[s]$: Přejdi k příkazu s, je-li obsah n roven nule

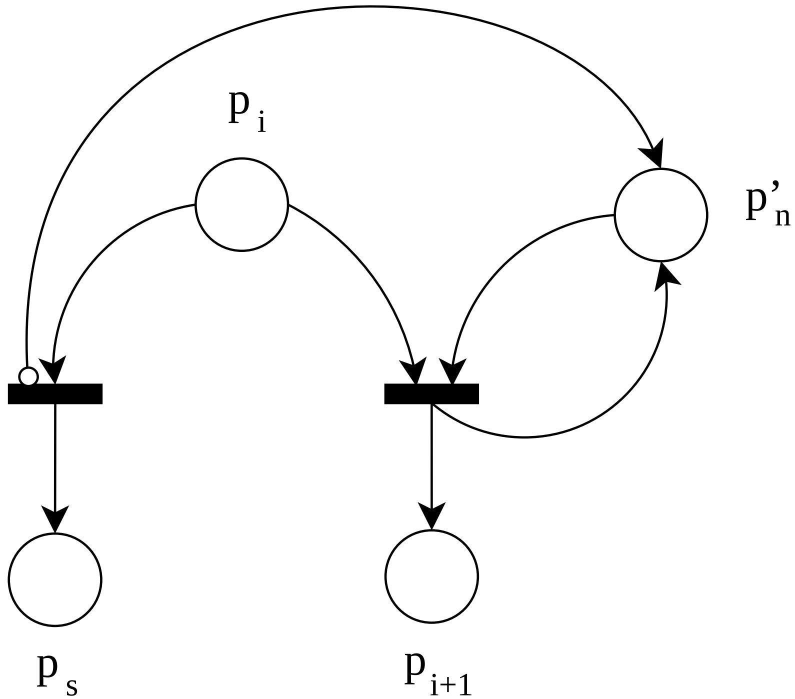
Reprezentace instrukcí registrového stroje Petriho sítěmi s inhibitory:



$Instrukce\ I(n)$



$Instrukce\ D(n)$



$Instrukce\ J(n)[s]$

p'_n - registr

p_i - číslo instrukce