Petriho sítě

PES 2007/2008

Prof. RNDr. Milan Češka, CSc.

ceska@fit.vutbr.cz

Doc. Ing. Tomáš Vojnar, Ph.D.

vojnar@fit.vutbr.cz

Sazba: Ing. Petr Novosad, Doc. Ing. Tomáš Vojnar, Ph.D.

(verze 27.2.2008)

FIT, VUT v Brně, Božetěchova 2, CZ-612 66 Brno

Doporučená literatura

1. J. Peterson. *Petri Net Theory and the Modelling of Systems*. Prentice Hall, 1981.
2. W. Reisig. *Petri Nets—An Introduction*. Springer-Verlag, 1985.
3. W. Reisig. *A Primer in Petri Net Design*. Springer-Verlag, 1992.
4. M. Češka a kol.: *Vyčíslitelnost a složitost*. Skriptum VUT, kap. 4: Petriho sítě, 1992.
5. M. Češka. *Petriho sítě*. Akademické nakladatelství CERM Brno, 1994.

Úvod do Petriho sítí

Petriho sítě

- **Motivace**:
  - modely diskrétních systémů
  - modely paralelních systémů
  - modely distribuovaných systémů
- **Využití**:

  návrh $\times$ syntéza $\times$ analýza $\times$ verifikace

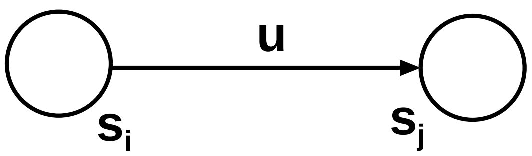
- **Historie**:
  - C. A. Petri: Kommunikation mit automaten, 1962
- **Aplikace**:
  - hardware - paralelní architektury
  - software - distribuované systémy, informační systémy, komunikační protokoly
  - telekomunikace, strojírenství, administrativa

1. Základní koncepty Petriho sítí

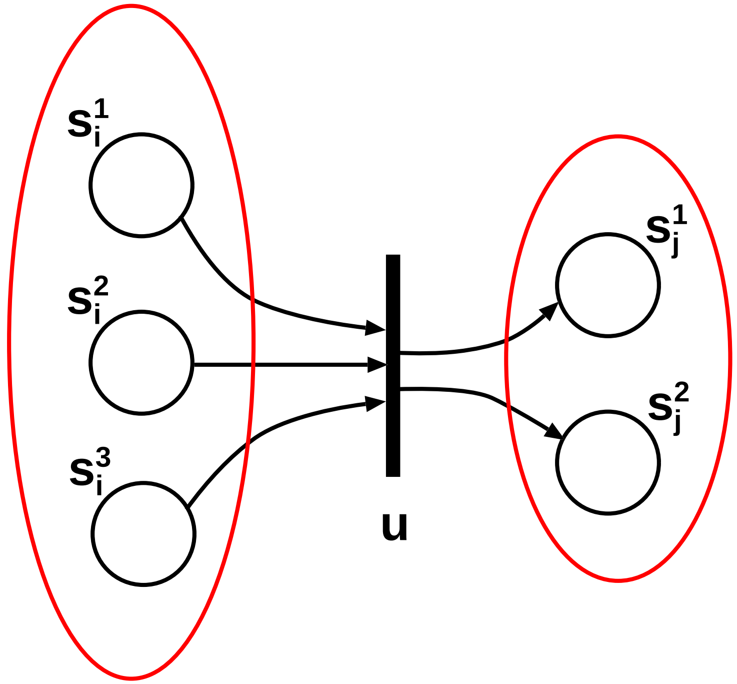
❖ Modelování událostí:

V Petriho síti:

V konečném automatu:



$s_j \in \delta(s_i,u)$



$\{s_i^1, s_i^2, s_i^3\} \approx s_i$

$\{s_j^1, s_j^2\} \approx s_j$

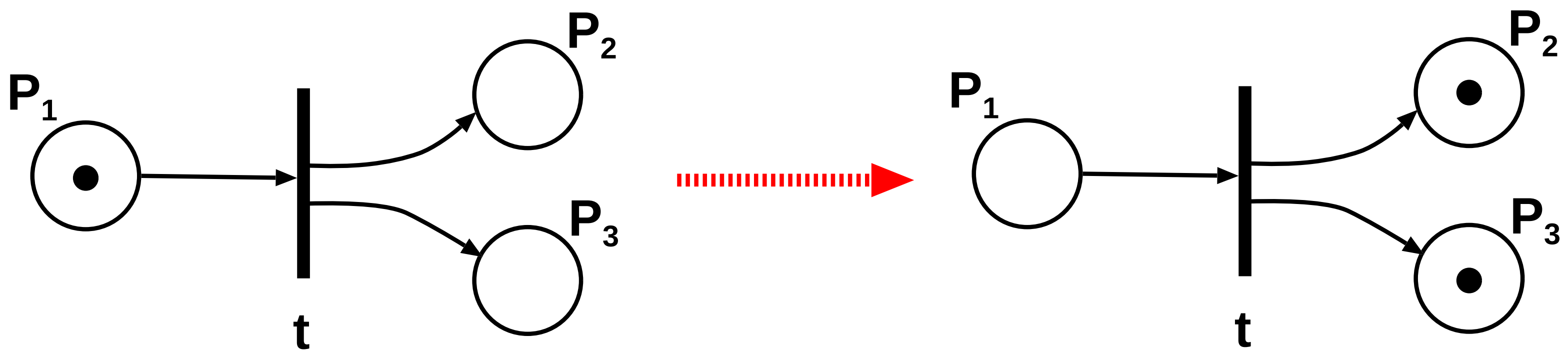
Složky Petriho sítě – *statická* reprezentace systému:

- **místa** (places)
- **přechody** (transitions)
- **hrany** (arcs)

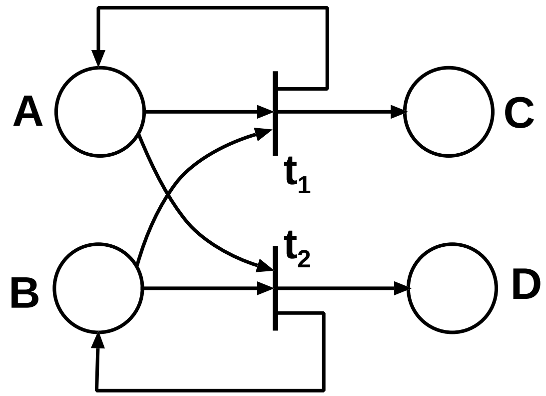
Složky Petriho sítě – reprezentace *dynamiky (změn)* systému:

- **značky** (tokens)

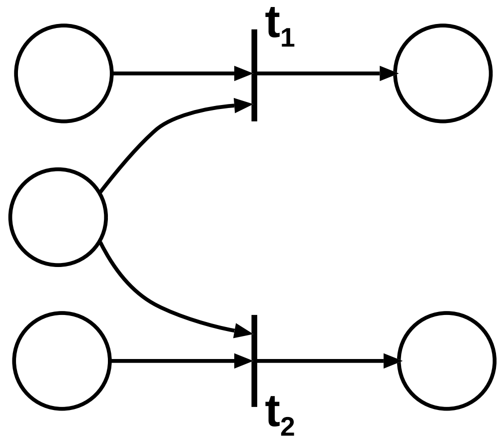
Před provedením přechodu t: Po provedení přechodu t:



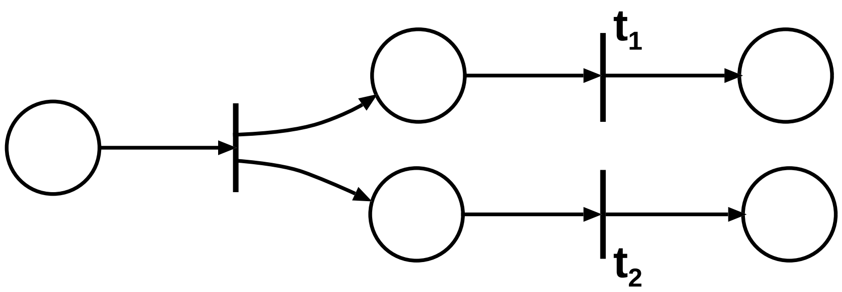
❖ Modelování podmíněnosti:
precondition: $A \wedge B$
postcondition: $(A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge D)$



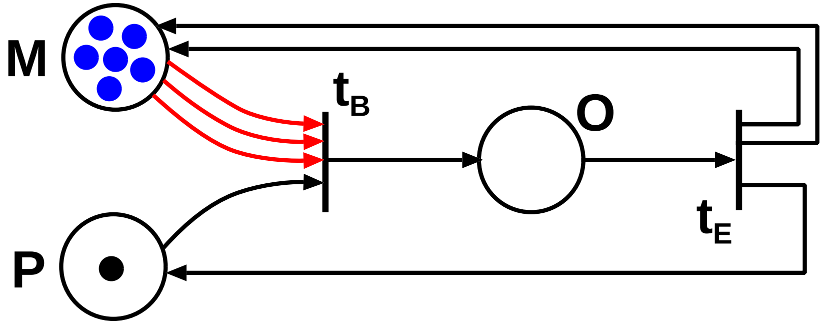
❖ Modelování vzájemné výlučnosti:
t_1 a t_2 jsou vzájemně vyloučeny
(konfliktní přechody)

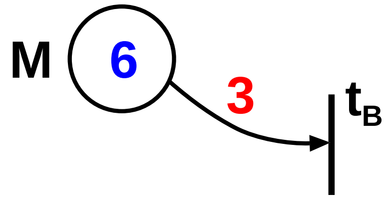


❖ Modelování paralelnosti (simultánnosti):
t_1 a t_2 jsou simultánní
(nezávislé přechody)



❖ Modelování požadavků na zdroje:

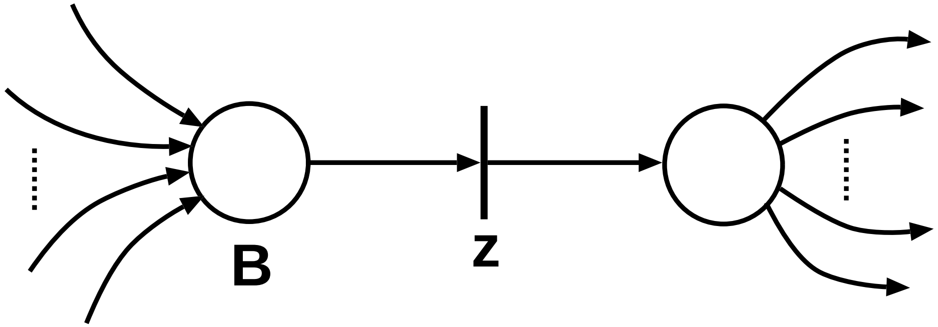




Interpretace míst a přechodů:

- M – počet volných paměťových bloků
- P – procesor je volný
- O – operace probíhá
- t_B – počátek operace
- t_E – konec operace

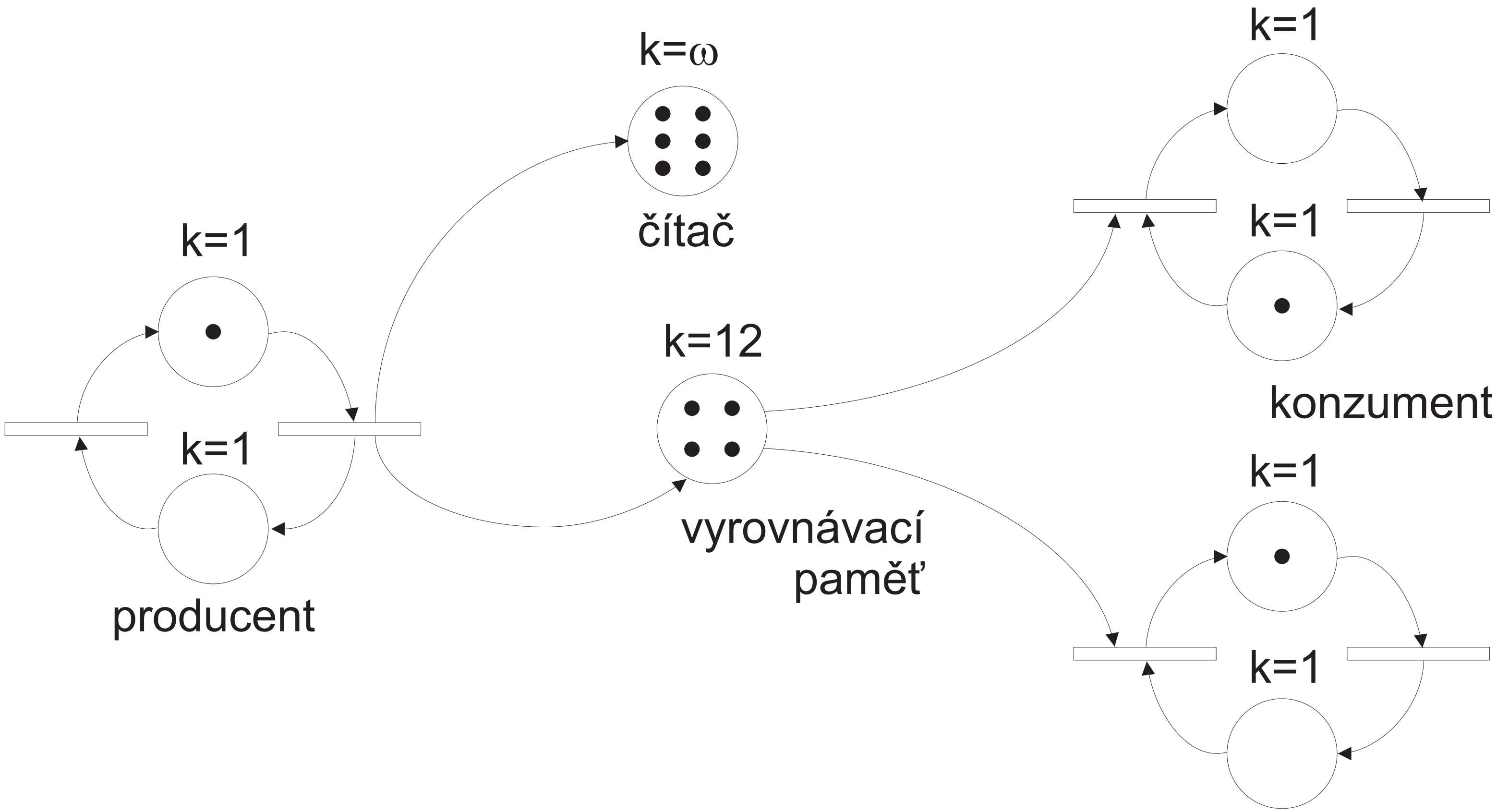
Poznámka: Problém vyrovnávacích pamětí (bufferů), front



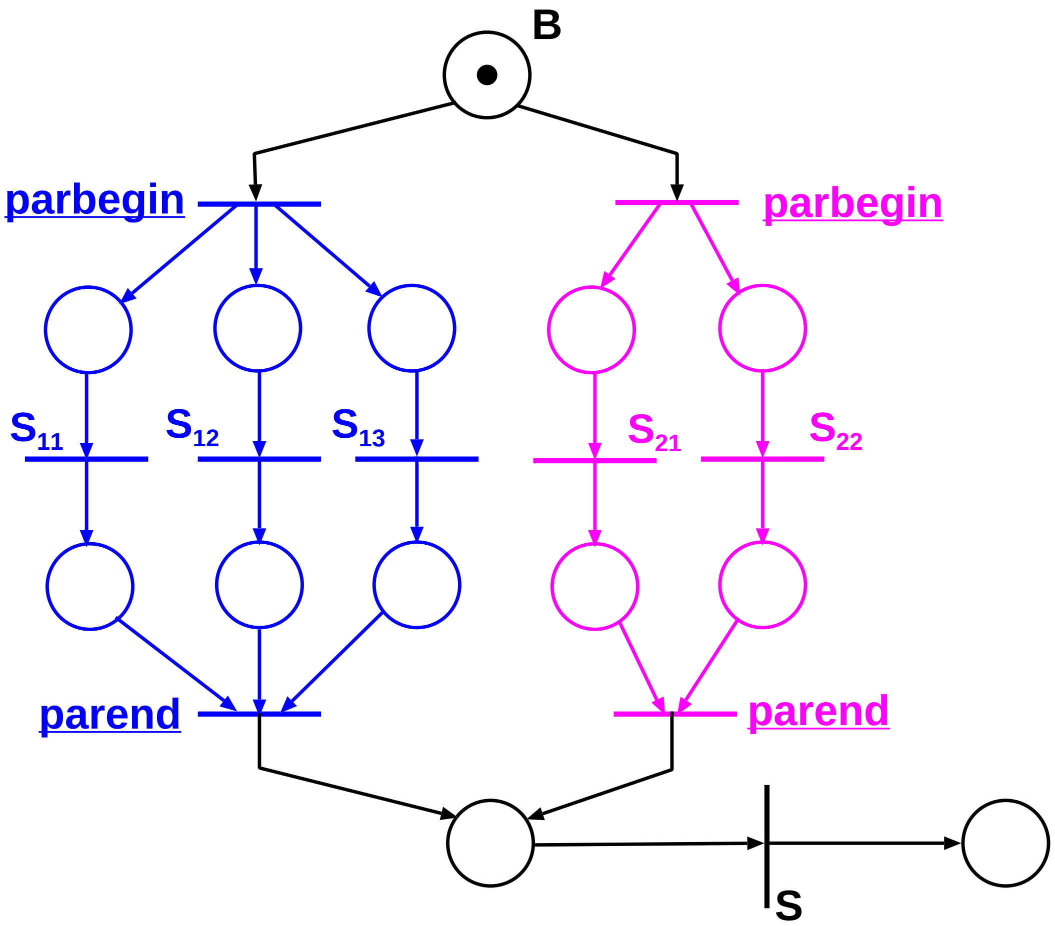
B: buffer, z zpracování položky

$\boxed{\text{Nemůže dojít k přetečení } B \text{ (bufferu, fronty)?}}$

❖ **Příklad 1**: producent-konzument



❖ **Příklad 2**: model úseku paralelního programu



<u>if</u> B <u>then</u>
<u>parbegin</u>
S_{11};
S_{12};
S_{13};
<u>parend</u>
<u>else</u>
<u>parbegin</u>
S_{21};
S_{22};
<u>parend</u>;
S;

2. Základní matematické definice

- **Definice 1.** Trojici $N = (P, T, F)$ nazýváme sítí (net), jestliže:
  1. P a T jsou disjunktní množiny
  2. $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ je binární relace

P nazýváme množinou míst (places)

T nazýváme množinou přechodů (transitions)

F nazýváme tokovou relací (flow relation)

- Grafem sítě nazveme grafovou reprezentaci relace F.

- Graf sítě je bipartitní orientovaný graf s množinou uzlů $P \cup T$ vrcholů.

❖ **Definice 2.** Nechť $N = (P, T, F)$ je síť.

1. Pro všechny prvky $x \in (P \cup T)$
    - ${}^\bullet x = \{y \mid yFx\}$ se nazývá vstupní množinou (preset) prvku x
    - $x^\bullet = \{y \mid xFy\}$ se nazývá výstupní množinou (postset) prvku x

   Podobně pro množinu prvků: Nechť $X \subseteq (P \cup T)$, pak

$$ {}^\bullet X = \bigcup_{x \in X} {}^\bullet x \quad \text{a} \quad X^\bullet = \bigcup_{x \in X} x^\bullet $$

   Zřejmě platí: $\boxed{\forall x, y \in (P \cup T) : x \in {}^\bullet y \Leftrightarrow y \in x^\bullet}$

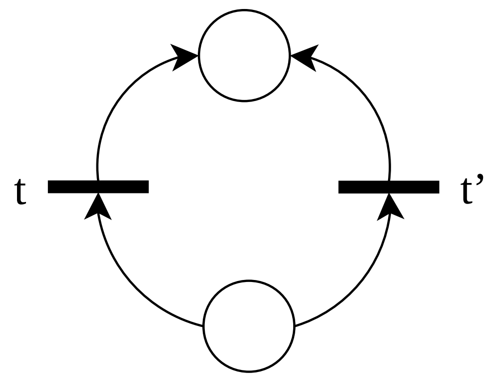
2. Uspořádaná dvojice $< p, t > \in P \times T$ se nazývá vlastní cyklus (self-loop), jestliže $pFt \wedge tFp$. Neobsahuje-li síť vlastní cyklus, pak se nazývá čistou sítí (pure net).

3. Prvek $x \in (P \cup T)$ se nazývá izolovaný, jestliže ${}^\bullet x \cup x^\bullet = \emptyset$.

❖ **Definice 3.** Nechť $N = (P, T, F)$ je síť. N se nazývá jednoduchou sítí (simple net), jestliže

$$\boxed{\forall x, y \in (P \cup T) \colon ({}^{\bullet}x = {}^{\bullet}y \;\; \wedge \;\; x^{\bullet} = y^{\bullet}) \Rightarrow x = y}$$

Příklad nejednoduché sítě:



❖ **Definice 4.** Nechť $N_1 = (P_1, T_1, F_1)$ a $N_2 = (P_2, T_2, F_2)$ jsou sítě. Existuje-li bijekce $\beta : (P_1 \cup T_1) \leftrightarrow (P_2 \cup T_2)$ taková, že

1. $x \in P_1 \Leftrightarrow \beta(x) \in P_2$
2. $(x, y) \in F_1 \Leftrightarrow (\beta(x), \beta(y)) \in F_2$

pak N_1 a N_2 nazýváme izomorfní.