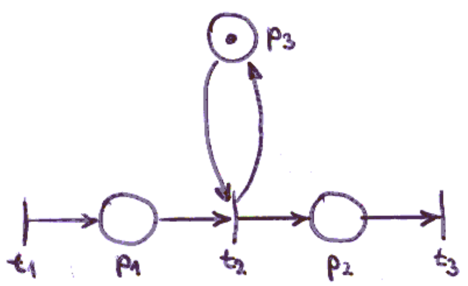
Analýza Petriho sítí

Základní problémy analýzy

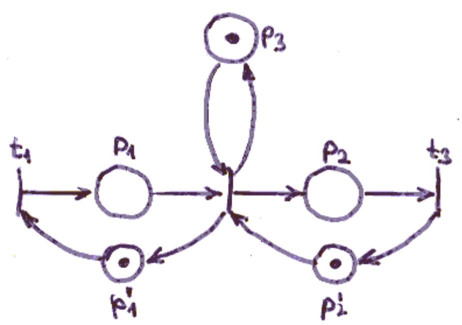
- bezpečnost (safeness)
- omezenost (boundedness)
- konservativnost (conservation)
- živost (liveness)

Definice: Místo $p \in P$ Petriho sítě $N = (P, T, F, W, M_0)$ s počátečním značením M_0 je bezpečné, jestliže pro vš. (značení) $M \in [M_0\rangle$ je $M(p) \leq 1$. Petriho síť je bezpečná, je-li každé její místo bezpečné.

Příklad: Následující Petriho síť není bezpečná



Neobsahuje-li graf P. sítě násobné hrany, může být transformován na bezpečnou síť následujícím postupem:



Postup: k místu p, které má být bezpečné přidej „komplementární“ místo p'.
Modifikuj incidující přechody podle algoritmu komplementace sítí.

Definice: Místo p Petriho sítě $N=(P,T,F,W,M_0)$ se nazývá k-bezpečné, jestliže pro všechna $M \in [M_0\rangle$ je $M(p) \le k$. Je-li místo p k-bezpečné pro nějaké k, nazývá se omezené. P. síť, jejíž všechna místa jsou omezená se nazývá omezená Petriho síť.

Omezenost sítě => konečný stav. prostor sítě => ekvivalenci sítě s kon. automaty

Definice: Petriho síť $N=(P,T,F,W,M_0)$ je striktně konzervativní, jestliže pro všechna $M \in [M_0\rangle$ platí:

$$\boxed{\sum_{p\in P} M(p) = \sum_{p \in P} M_0(p)}$$

striktní konzervativnost => $|{}^\bullet t| = |t^\bullet|$ pro vš. $t \in T$

Konzervativnost vzhledem k váhovému vektoru $W=(w_1,\dots,w_n)$, $w_i \ge 0$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} w_i M(p_i) = \sum_{i=1}^{n} w_i M_0(p_i)}$$

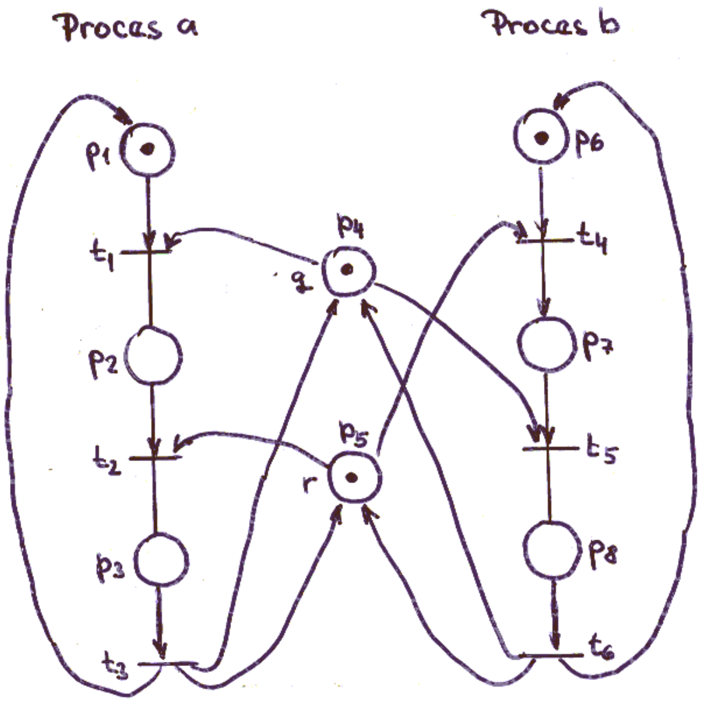
Definice: Nechť $N=(P,T,F,W,M_0)$ je Petriho síť a $t \in T$.

(1) t se nazývá živý přechod, jestliže pro všechna značení $M \in [M_0\rangle$ existuje značení $M' \in [M\rangle$ takové, že t je proveditelný při značení M'.

(2) Síť N se nazývá živou, je-li každý její přechod živý.

aplikace: živost x deadlock

Příklad



Proveditelné posl. přechodů :

$t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6 \dots$

$t_4 t_5 t_6 t_1 t_2 t_3 \dots$

Uvažujme však posl. přechodů, která začíná $t_1 t_4 \dots$

Definice : značení M Petriho sítě $N = (P, T, F, W, M_0)$ je **živé**, jestliže pro všechna $t \in T$ existuje $M' \in [M_0\rangle$ takové, že přechod t je proveditelný při značení M'

VĚTA : Petriho síť je **živá** právě když všechna značení z $[M_0\rangle$ jsou živá.

Definice. (Problém dosažitelnosti – Reachability problem)

Je dána Petriho síť N s počátečním značením M_0 a značení M.
Je $M \in [M_0\rangle$?

Definice (Problém pokrytí – Coverability problem)

Je dána Petriho síť N s počátečním značením M_0 a značení M.
Existuje $M' \in [M_0\rangle$ takové, že $M' \geq M$?

Další problémy analýzy:

- posloupnosti přechodů (firing sequences)
- ekvivalence (sítí)
- inkluse (sítí)

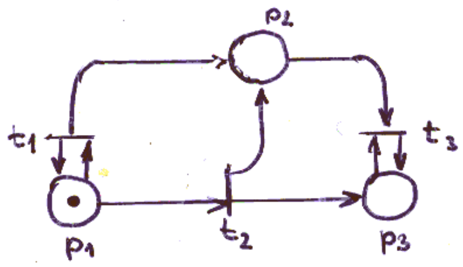
Techniky analýzy Petriho sítí

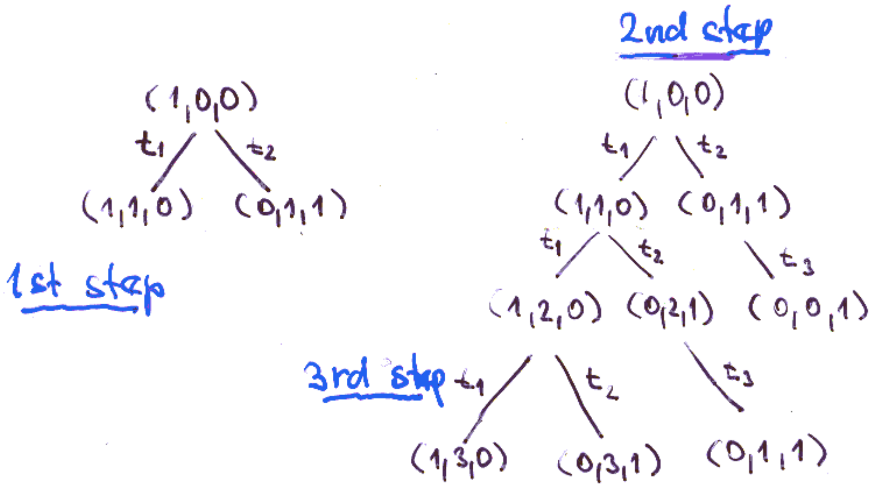
Strom dosažitelných značení (The Reachability Tree)

Strom dosažitelných značení je konečnou reprezentací množiny dosažitelných značení $[M_0\rangle$. SDZ je kořenový orientovaný strom, jehož kořenem je poč. značení ~~je~~ M_0 a vrcholy tvoří vektory z $(\mathbb{N} \cup \{\omega\})^n$, $n = |P|$. Pro symbol ω, který reprezentuje lib. celé číslo (nade vše meze rostoucí) platí

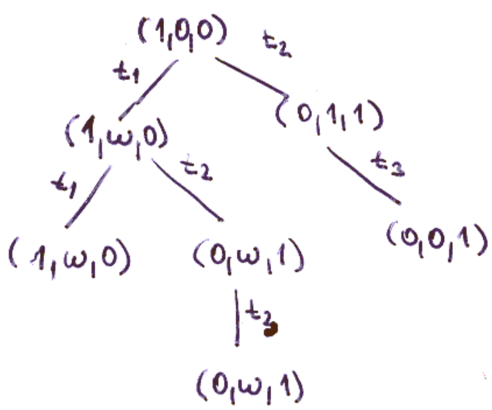
$$\begin{aligned} \omega + a &= \omega \\ \omega - a &= \omega \\ a &< \omega \\ \omega &\leq \omega \end{aligned} \qquad ; \quad a \in \mathbb{N}.$$

An example of RT computation





Resulting RT



Algoritmus konstrukce stromu dosažitelných značení

Nechť x je vrchol (uzel) stromu.

$$M_x : P \to \mathbb{N} \cup \{\omega\}$$

bude ohodnocení vrcholu x ; $M_{kořen} = M_0$

Rozlišíme 4 typy vrcholů: čelní, koncový, duplikovaný, vnitřní

Nechť x je právě zpracovávaný čelní vrchol.

(1) Jestliže $\exists y,\ y \neq x,\ y$ není čelní a $M_x = M_y$
pak x se stává duplikovaným vrcholem

(2) Jestliže $\delta(M_x, t)$ není definováno pro žádné $t \in T$,
pak x se stává koncovým vrcholem

(3) Je-li jistý přechod $t \in T$ M_x-proveditelný, vytvoříme nový vrchol z s ohodnocením M_z:

$\forall p \in P$: (a) je-li $M_x(p) = \omega$, pak $M_z(p) = \omega$

(b) existuje-li na cestě z kořene do vrcholu x vrchol y takový, že $M_y \leq \delta(M_x, t)$ a jestliže $M_y(p) < \delta(M_x, t)(p)$, pak $M_z(p) = \omega$

(c) jinak $M_z(p) = \delta(M_x, t)(p)$

Hrana $\langle x, z \rangle$ je označena přechodem t a z se stává čelním vrcholem

Využití stromu dosažitelných značení pro analýzu PS

(a) bezpečnost

(b) omezenost

(c) konzervativnost

(d) pokrytí

(e) živost

(f) dosažitelnost

} omezené možnosti

Pozn.:

alternativní reprezentace stavového prostoru PS:

graf dosažitelných značení